

QUELQUES NOUVEAUTÉS SUR LE PROBLÈME DU POINT

par le Révérend Père M. BERTIN

COUVENT DES FRANCISCAINS A NHA-TRANG (NORD VIET-NAM)

Le Révérend Père BERTIN, des Franciscains de Nha-Trang fait partie depuis plus de vingt ans de la phalange de ces religieux qui, bravant les épreuves du climat et abolissant les barrières des races à force de sacrifice et de dévouement, ont conquis doublement les populations indigènes par leur vie exemplaire et l'aide toujours offerte et efficace de leur charité.

Mais c'est un autre titre qui nous vaut aujourd'hui un témoignage de son activité. Ancien élève de l'École Polytechnique — promotion 1889 — le Père BERTIN a gardé de ses premières années d'officier de marine un attrait indéfectible pour les problèmes de navigation.

Chercheur, animé d'une curiosité inlassable et ingénieuse, il a dû surmonter l'insuffisance de documentation qu'entraînait une existence lointaine et retirée, pour poursuivre des études d'autant plus originales que privées d'informations. Nous sommes reconnaissants au Révérend Père BERTIN d'avoir bien voulu faire profiter les lecteurs de NAVIGATION de certaines de ses réalisations qui lui font rejoindre les techniques les plus récentes en matière de navigation astronomique.

* * *

CHACUN sait à quel point les formules de trigonométrie se prêtent à des combinaisons variées qui amènent souvent des surprises, parfois même des découvertes.

Plus encore, peut être, quand elles sont matérialisées par des abaques, leur aspect peut suggérer des solutions simples. Et si plusieurs vérifications viennent confirmer l'exactitude des hypothèses faites, on peut toujours en rechercher par la suite une démonstration rigoureuse. Ce n'est pas très élégant, mais l'usager s'en soucie peu d'ordinaire et excusera facilement cette humble origine.

J'en ai fait jadis l'expérience quand je suis arrivé à un groupe de relations entre les cinq éléments intéressants du triangle de position (l'angle à l'astre étant écarté), formules qui m'ont cependant amené, par la suite, à des applications variées, qu'on m'a conseillé de ne pas laisser inconnues.

En fait, malgré leur parenté avec les formules du Commandant GUYOU (voir l'article de NAVIGATION, n° 1) et bien qu'on puisse les déduire des analogies de Neper ou des formules de Borda, il ne semble pas qu'on les ait

utilisées sous la forme si simple et si symétrique indiquée ci-dessous, (L, H, D, représentent les trois données, P, Z, les résultats cherchés, α et β étant des angles auxiliaires) :

Premier groupe :

$$\operatorname{tg} \frac{H+D}{2} \times \operatorname{tg} \frac{90-L}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad \operatorname{tg} \frac{H-D}{2} : \operatorname{tg} \frac{90-L}{2} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

Deuxième groupe :

$$\operatorname{tg} \frac{90-\alpha}{2} \times \operatorname{tg} \frac{90-\beta}{2} = \operatorname{tg}^2 \frac{P}{2}, \quad \operatorname{tg} \frac{90-\alpha}{2} : \operatorname{tg} \frac{90-\beta}{2} = \operatorname{tg}^2 \frac{Z}{2}.$$

Avant d'en chercher des applications, voyons-les de plus près. Une seule règle de signe, et presque évidente : la déclinaison sera considérée comme négative quand elle est de nom contraire à la latitude. $H \pm D$ sera formé algébriquement en tenant compte du signe de D, puis utilisé en valeur absolue.

Les angles auxiliaires α et β ne sont pas introduits comme artifice de calcul, mais ont une signification bien définie. En effet, tous les points de la sphère céleste qui peuvent donner les mêmes valeurs de P et Z ont entre eux, c'est-à-dire entre leurs données L, H, D, des relations trigonométriques nécessaires.

Cette infinité simple de points, outre les conditions $H + D < 90 + L$, $H - D < 90 - L$ et la relation des sinus : $\frac{\cos H}{\cos D} = \frac{\sin P}{\sin Z}$, doit satisfaire aussi à la relation : $\operatorname{tg} \frac{H+D}{2} \times \operatorname{tg} \frac{H-D}{2} = C^{\text{te}}$.

Si H et D sont déterminés, il n'y a qu'une latitude qui amènera P et Z comptés de 0° à 180° . α et β correspondent au cas où $L = 0$ et la constante ci-dessus est précisément égale à $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \times \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$, le point ainsi déterminé ayant pour H et D, les valeurs $\frac{\alpha + \beta}{2}$ et $\frac{\alpha - \beta}{2}$.

On peut évidemment résoudre directement ces formules par les tables de log, mais la présence dans ces formules d'une seule ligne trigonométrique (et la meilleure) suggère l'emploi d'une bande graduée en log tg qui permettrait d'éviter le recours aux tables.

Bien des solutions se présentent comme aisément réalisables. J'en ai retenu, et essayé, quatre : une règle à calcul, un abaque et deux modèles de calculateurs mécaniques. Toutes les quatre partent de L, H, D, comme données et fournissent P et Z. La quatrième seule comporte, en plus des angles, des nombres et quelques opérations intermédiaires. Les deux premières sont très faciles à établir; mais pour rester dans des dimensions acceptables, elles ne peuvent guère atteindre le demi-degré sur toute leur longueur. Cependant, leur simplicité et leur rapidité d'emploi peuvent les

rendre précieuses pour avoir une première idée du résultat cherché ou pour le vérifier après coup.

Les deux autres appareils, bien plus précis, ont été réalisés grâce à l'aide d'un navire atelier et d'un arsenal que je tiens à remercier de nouveau ici. Peut-être l'Aviation ou la Marine les jugeraient-ils pratiques ? Comme ordre de grandeur, la longueur minima d'un degré dans ces quatre solutions est respectivement d'environ 0,5, 1, 19 et 90 mm. Toutes les interpolations sont faites à vue.

Avant d'en faire une description rapide, quelques remarques générales s'imposent.

Tout d'abord, *tous* les angles qui entrent dans les formules y figurent par leur moitié. Il suffit dès lors de convenir que la « numérotation » sur les appareils, de l'angle envisagé, sera toujours doublée, ce qui permettra d'utiliser les données telles quelles ainsi que les résultats. De plus, la présence dans ces formules des angles complémentaires à 45° amènera à numéroté une des graduations (de la règle, par exemple) selon les angles complémentaires. Enfin, le second groupe de formules contenant des carrés, une des graduations sera à échelle double de l'autre. J'ajoute encore que, pour éviter l'emploi des caractéristiques négatives dans le quatrième appareil, les longueurs des graduations ont été prises, à échelle convenable, sur les $\log \cotg$, ce qui revient au même. Voyons maintenant le détail par ordre de précision croissante.

I. — RÈGLE A CALCUL

Celle qui me sert mesure 40 cm, et, tracée plus soigneusement, donnerait déjà, au pire, le degré pour un demi-millimètre. La partie fixe de la règle est graduée en $\log \cotg \frac{\omega}{2}$ et numérotée en degrés ω . La graduation va de 160° à 2° sur la partie supérieure et, reprenant à 10° sur la partie inférieure (qui en est la suite), descend jusqu'à 2° .

Pour le premier groupe de formules on y cherchera $(H + D)$ et $(H - D)$, et on y lira α et β . Pour le second groupe, on y lira P et $Z >$ ou $< 90^\circ$.

La réglette mobile, à échelle moitié, et numérotée selon les compléments de la règle fixe, va de $+ 89^\circ 30'$ à gauche, à $- 89^\circ 30'$ en passant par 0.

MODE D'EMPLOI.

1° Placer $+ L$ (réglette) vis-à-vis de $(H + D)$, lire α vis-à-vis de $- L$;

2° Placer $- L$ vis-à-vis (de $H - D$), lire β vis-à-vis de $+ L$;

3° Placer $+ \alpha$ (réglette) sous le 90 (règle fixe), lire P et Z (ou Z et P) sur partie fixe vis-à-vis de $+ \beta$ et $- \beta$: c'est simple et ne prend guère qu'une minute. On pourrait avantageusement allonger la règle jusqu'à 55 cm ce qui donnerait pour la réglette une graduation prise directement dans la table de $\log \cotg$, sans aucun calcul d'échelle.

II. — ABAQUE (fig. 1)

Formé de deux groupes de droites orthogonales. Les unes à 45° (qui correspondent à la graduation de la règle fixe), les autres, horizontales et verticales à échelle moitié, correspondent à la graduation de la réglette (angles complémentaires).

Pour obtenir α on part de $H + D$ ($>$ ou $<$ 90), on remonte à 45° jusqu'à L (horizontale) et l'on redescend à 45° jusqu'à α . Pour avoir β on part de $H - D$ mais on marche dans le sens inverse, vers 90, car on a toujours $\alpha < H + D$ et $\beta > H - D$. Prenant ensuite α sur la graduation

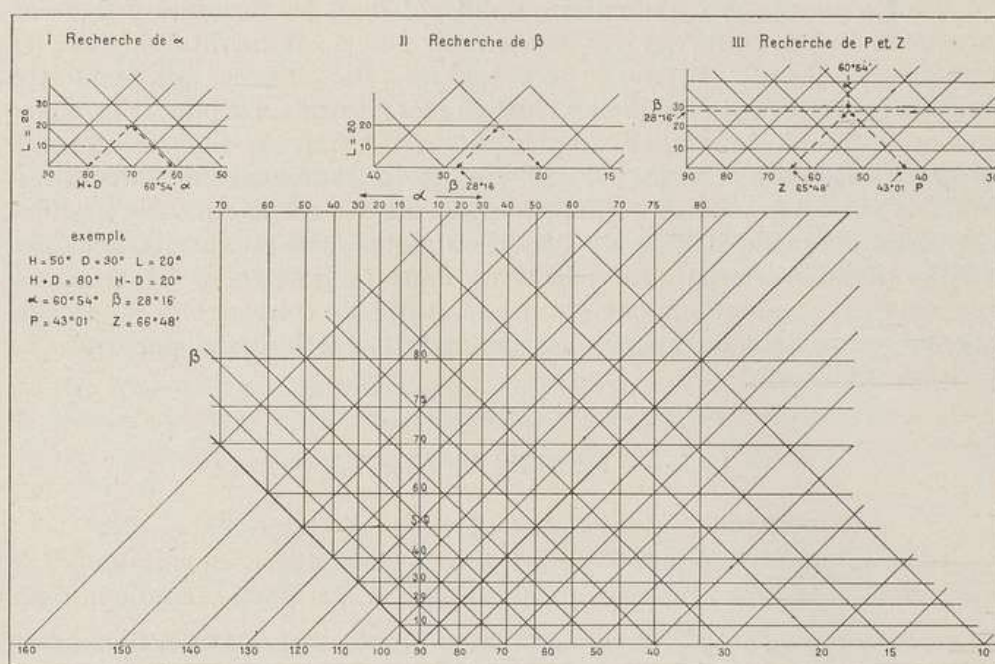


Fig. 1. — Abaque pour la résolution du triangle de position

supérieure, on descend jusqu'à β (horizontal, graduation de L) et de ce point les deux droites à 45° donnent en bas P et Z. Le cheminement le long des droites n'est que la traduction graphique de l'addition ou de la soustraction des segments proportionnels aux log cotg. Résultats obtenus très rapidement comme avec la règle sans rien tracer. Précision selon l'échelle adoptée.

III. — PLATEAU DE NAVIGATION

Pour augmenter la précision, j'ai tracé les graduations en deux spirales, d'où un développement total de plus de 16 m. La spirale du centre est tracée sur un plateau circulaire ($r = 11,50$ cm); celle de l'extérieur à échelle moitié et angles complémentaires, comme la réglette, de $+89^\circ$ à -89° , sur une couronne qui entoure le plateau ($R = 19,50$ cm). La longueur des

segments des spirales variant avec leur rayon, c'est l'angle au centre (compté à partir d'un rayon origine) que j'ai pris proportionnel à $\log \cotg \frac{\omega}{2}$. Le tracé en est bien plus simple que cela ne paraît.

On conçoit dès lors la manœuvre à faire, copiée sur ce que l'on a dit pour la règle. Notons cependant que pour limiter la rotation à un tour maximum, il faudra connaître *grosso modo* l'angle cherché pour ne pas le lire sur une spire trop haut ou trop bas. Rien de difficile sur ce point. Nombre de solutions simples qui, sans prétendre à aucune précision, lèveront d'un coup d'œil le doute sur la spire à utiliser.

Plateau et couronne peuvent être indépendants ou solidaires (molette de blocage). Le tout, tel que réalisé, est contenu dans une boîte plate en



contreplaqué ($40 \times 40 \times 3$) percée d'une fenêtre (5×16) coupée dans sa largeur par un trait de repère fixe.

La couronne se manœuvre, à main droite, par son bord, apparent sur un quart de cercle; le plateau, par une molette centrale sous le blocage.

PRATIQUE.

Mise en coïncidence sous le repère de $+ L$ (couronne) et de $(H + D)$ (plateau).

BLOCAGE.

Rotation commune jusqu'à amener $- L$ sous le repère.

SENS DE LA ROTATION ET SA VALEUR INDIQUÉS.

Lire α (plateau).

Manœuvre analogue pour obtenir β en plaçant $(H - D)$ sur le plateau et en tournant en sens inverse de $- L$ (déjà en place) à $+ L$. Cela revient à additionner ou soustraire des angles au centre, c'est-à-dire à effectuer

la multiplication et la division indiquées par les formules. Pour la dernière opération, on amène 90, pris sur le plateau en coïncidence avec $+\alpha$ cherché au préalable sur la couronne. Puis par rotation commune et sans toucher au blocage, on cherche sur le plateau les deux angles qui correspondent à $+\beta$ et $-\beta$ pris sur la couronne. Ce seront P et Z. Ici encore il faut prévoir la spire de lecture des résultats.

Précision toujours supérieure à 3' d'arc à l'échelle adoptée. Les résultats P et Z sont obtenus en près de 4 mn. Aucun recours aux tables. Aucune règle de signe. Pas d'opérations intermédiaires. Interpolation à vue sous le repère avant blocage.

IV. — CALCULATEUR DE POINT

Appareil très peu plus volumineux ($10 \times 21 \times 26$) mais aussi rapide malgré quelques calculs intermédiaires, et plus précis. Une bande de 4 cm. de large et 12 m de long enroulée sur deux tambours, porte trois graduations (fig. 3).

PLAQUETTE

Exemple : L = 20 H = 50 D = +30

90+L I → II	154	77	1	2	154	77	90+L I → II		
H+D I → II < 90 > 90	76	19	3	4	753	68	H-D I → II		
I +3 -3	230	96	5	6	598	91	différen 4-2		
5 II → III	292	63	7	8	111	76	6 II → III		
somme 7+8	404	39	9	10	180	87	différen 7+8		
de 9 II → I	P ou Z	43°	01'	11	12	P ou Z	66°	48'	de 10 II → I
H+D	80°	données 90+L 110°				H-D	20°		

Fig. 2

La première (colonne I) est régulière en degrés ω de 0° à 180°, repliée à 90°. Elle comporte, sur sa longueur, trois échelles différentes qui donnent au minimum 1,5 mm par minute d'arc.

La deuxième graduation (colonne II) indique, par correspondance sous le repère mobile qui a servi à préciser ω , le $\log \cotg \frac{\omega}{2}$. Utilisant les log à cinq décimales, j'ai pris, pour plus de facilité, le troisième chiffre de la mantisse comme chiffre des unités; les deux suivants, considérés dès lors comme décimales, sont généralement appréciables sur la graduation. Exemple : vis-à-vis de $\omega = 60$ (colonne I), on trouve dans la colonne II 238,56 qui est le $\log \cotg \frac{\omega}{2} \times 1000$.

La troisième graduation (colonne III) donne en face de ω le demi-log $\cotg \frac{90-\omega}{2}$, ce qui s'explique par la forme du deuxième groupe de formules qui comporte des termes au carré. La division par 2, qui serait nécessaire, est ainsi faite d'avance.

Un tambour à facettes (angle supérieur gauche) indique à chaque fraction de tour la recherche ou l'opération à effectuer. Un non initié

arriverait très vite à réussir le calcul sans risque d'erreur. Un habitué n'a plus besoin de consulter ce tambour.

Un tour de manivelle déroule 80 cm de film en moins d'une seconde, mais un index mené par une vis sans fin (coulisse graduée à droite) avance seulement de 1 cm, ce qui permet d'arrêter la rotation rapide tout près du point voulu. Un curseur à plusieurs traits de repère (pour réduire l'amplitude de son déplacement) est manœuvré, par levier multiplicateur, à main gauche.

Enfin, une plaquette (*fig. 2*) à douze cases, fixée au-dessous du film, et qui porte aussi le résumé des manœuvres et calculs à effectuer, est destinée à l'inscription immédiate des résultats partiels et finaux. Elle est étudiée de façon à faire éviter les erreurs et même les hésitations.

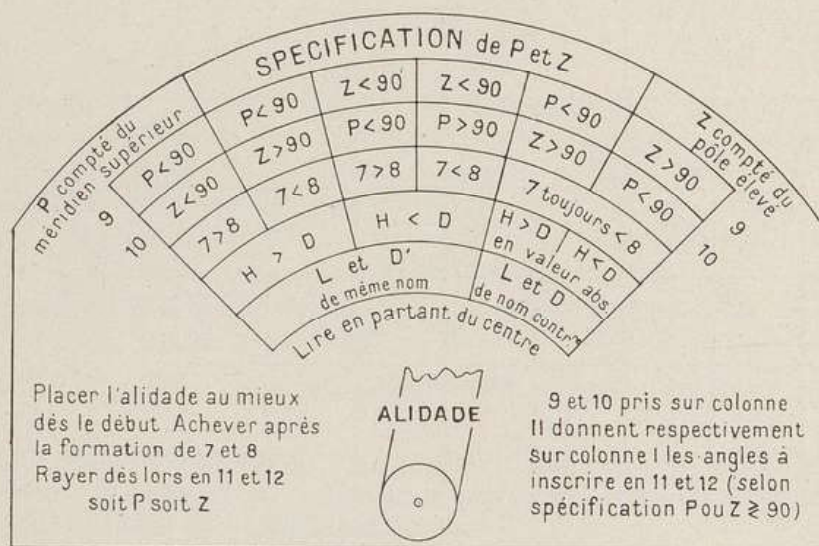


Fig. 2 bis. — Spécification améliorée (pour édition n° 2) à placer au-dessus de la fenêtre du film

PRÉCISION.

Sauf cas très défavorable (proximité du méridien) on doit obtenir la minute d'arc.

RAPIDITÉ.

Un peu d'habitude peut permettre d'aboutir en moins de 4 minutes, si l'on a préparé les données à l'avance.

PRATIQUE.

En résumé (revoir les formules), après avoir cherché le log de $90 + L$ (I → II) qu'on inscrit aux cases 1 et 2, celui de $(H + D)$ inscrit en 3, et celui de $(H - D)$ inscrit en 4, on fait une addition et une soustraction [deux soustractions si $(H + D) > 90$]. 1 ± 3 , $4 - 2$, inscrits respectivement

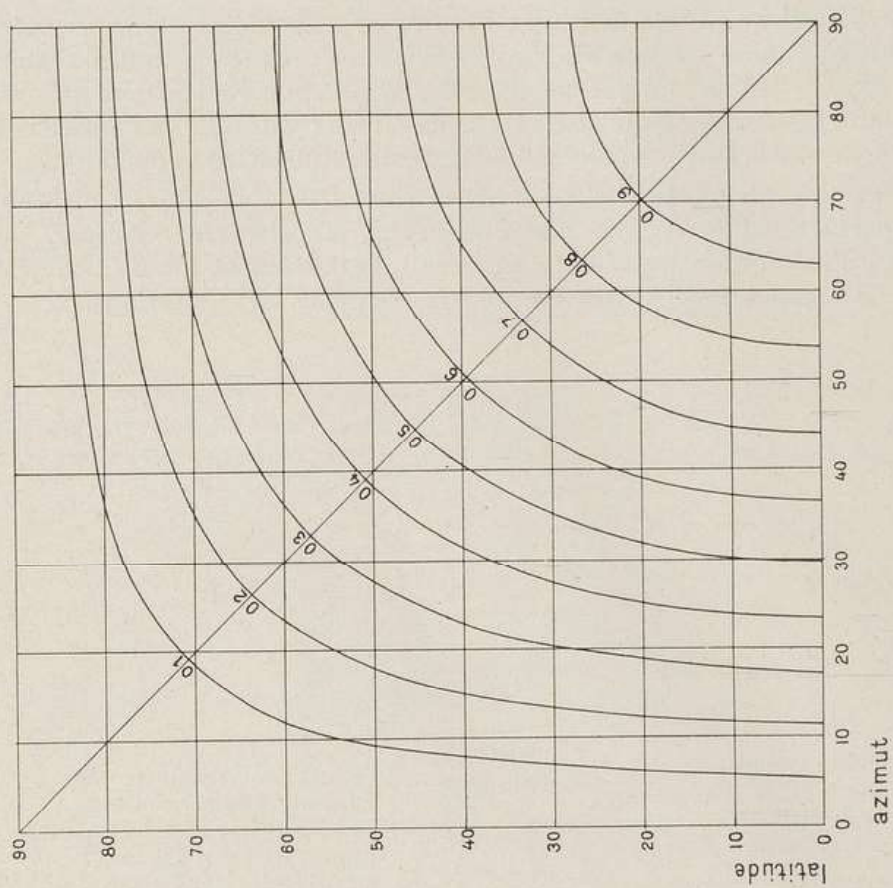
Coefficient de dP donnant l'intercept dH

Fig. 4

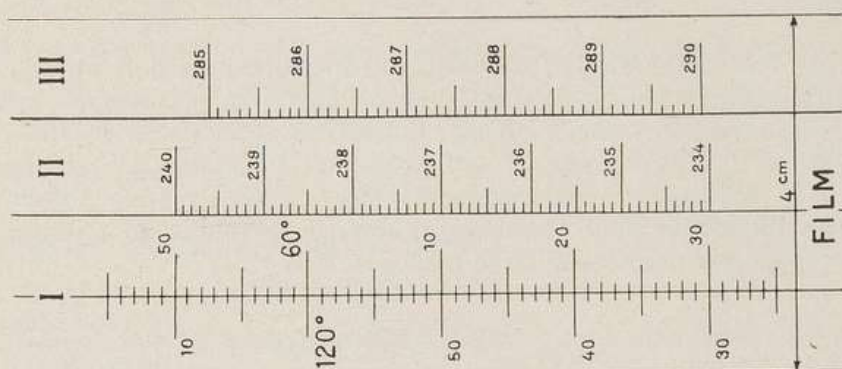


Fig. 3

en 5 et 6. On passe de 5 à 7 (et de 6 à 8) en cherchant sur le film la correspondance entre les colonnes II (recherche) et III (lecture). 9 est la somme de 7 et 8, et 10 leur différence. Enfin, 11 et 12 proviennent du retour des log aux angles (de II à I) et ne sont autres que P et Z, à spécifier par l'alidade en plexiglass (côté gauche) (*fig. 2 bis*).

J'entends la grande objection : en tout cela, où est le point Marcq ? Cette objection, je l'ai envisagée sans attendre qu'on la formule. Il est vrai que l'on n'obtient par toutes ces méthodes que le point dit « Lalande » sur le parallèle estimé. Mais ce n'est pas à mépriser. De toute façon on doit calculer P estimé (par ARa, par l'heure sidérale de Greenwich, et G estimé ou autre calcul analogue). Dès lors, appelant δP la différence entre P estimé et P Lalande, on peut obtenir l'intercept δH par la formule :

$$\delta H = \delta P \cos L \sin Z,$$

valable jusqu'à la proximité des circumméridiennes. Le calcul est simple. A mon goût, j'emploierais de préférence un petit abaque en $\sin x \sin y = C^{\text{te}}$ (dû à FAVÉ, je crois) (*fig. 4*) et qui donne des courbes faciles à tracer et bien régulièrement espacées; numérotées pour le cas présent, elles donneraient le coefficient (de 0 à 1) par lequel il faut multiplier δP , compté en milles et dixièmes, pour obtenir l'intercept.

Z ayant été fourni par l'appareil, on a la droite de hauteur. Exemple :

$$\delta P = 20', \quad L = 30^\circ, \quad Z = 50^\circ, \quad \text{Coefficient} = 0,66, \quad \text{Intercept} = 13',2.$$

Si peu que l'on soit « bricoleur » (et qui n'est obligé de l'être dans la Marine ou l'Aviation !) l'emploi du calculateur mécanique me paraît presque un délasement auprès des calculs ordinaires.